

Активное гашение колебаний по обратной связи

С.А. Кумакшев

Институт проблем механики

им. А.Ю. Ишлинского РАН,

Москва, Россия

Для крупногабаритных систем, подверженным неконтролируемым возмущениям, приводящим к нежелательным колебаниям, исследовано активное гашение колебаний полезной нагрузки. Система представляет собой длинную упругую балку, на конце которой размещен груз. Колебания гасятся путем перемещения внутренней массы (гасителя) по направляющей, перпендикулярной балке. За управляющую величину принята сила взаимодействия гасителя с грузом. В процессе управления парирование неопределенностей осуществляется путем линейной обратной связи по отклонению и скорости как гасителя относительно конца балки, так и груза относительно неподвижного основания. Коэффициенты обратной связи формируются таким образом, чтобы уменьшить время переходного процесса при ограничении на отклонение гасителя. Предложено комбинированное управление с переключением коэффициентов обратной связи. Данное исследование может быть использовано для гашения колебаний упругих крупногабаритных конструкций.

1 Механическая модель

Рассмотрим механическую систему, состоящую из массивного основания 1 и упругой балки длины l , несущей полезную нагрузку 2 массой M . Такая система может совершать плоские колебания, для гашения которых предусмотрено наличие гасителя, состоящего из перпендикулярной к балке направляющей 5, вдоль которой может перемещаться тело 4 массой m . При перемещении тела гасителя (например, посредством электромотора) между ним и полезной нагрузкой возникает сила F .

Эта система может быть интерпретирована как модель колебательной системы с управляемым гасителем. Масса M моделирует тело, чьи упругие колебания должны быть подавлены, а тело m моделирует тело гасителя, связанного с телом M посредством направляющей, вдоль которой действует управляющая сила F .

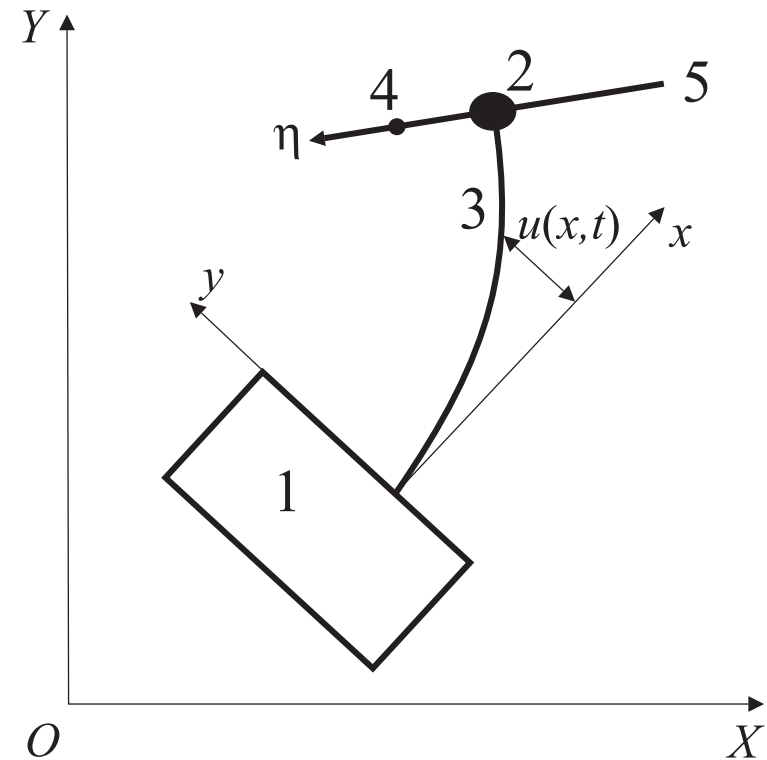


Рис. 1.

Движение системы в первом приближении можно описать так:

$$(M + m)\ddot{\xi} + m\ddot{\eta} + k\xi = 0, \quad m(\ddot{\xi} + \ddot{\eta}) = F \quad (1)$$

где $\xi = u(l, t)$ смещение массы M на конце балки по отношению к положению равновесия, k коэффициент жесткости, а η смещение массы m по отношению к массе M .

Движение системы, изображенной на рис. 1, приближенно описывается уравнениями (1) если (i) общая масса полезной нагрузки и тела гасителя значительно больше массы балки, (ii) отклонения балки малы, и (iii) расстояние между нагрузкой и телом гасителя того же порядка, что и смещение нагрузки при деформации балки. Эти условия, например, выполнены для таких конструкций, как измерительные приборы, размещенные на космических аппаратах на удалении от корпуса аппарата, посредством длинной штанги (фермы).

2 Управляющая сила

Управляющая сила должна быть выбрана таким образом, чтобы обеспечить гашение колебаний с приемлемым качеством переходного процесса. Будем искать управление в виде линейной обратной связи

$$F = a\xi + b\dot{\xi} - c\eta - d\dot{\eta} \quad (2)$$

где a , b , c и d неизвестные коэффициенты (параметры гасителя), подлежащие определению. Здесь сделано допущение: $M = 1$ и $k = 1$. Оно не означает ограничение общности и соответствует выбору массы M как единичной массы и выбору отношения $\sqrt{M/k}$ как единицы измерения времени. Теперь приступим к определению неизвестных коэффициентов обратной связи.

3 Максимизация степени устойчивости

Рассмотрим характеристический полином системы (1)

$$c\Pi(\lambda) = \lambda^4 + [(1+m)c + mb]\lambda^3 + \\ + [(1+m)d + ma + 1]\lambda^2 + cd + d. \quad (3)$$

Быстроту затухания свободных колебаний системы будем характеризовать величиной, называемой степенью устойчивости

$$S = - \max_{j=1,2,3,4} \operatorname{Re}\lambda_j \quad (4)$$

Для асимптотически устойчивой системы величина S положительна, так как $\operatorname{Re}\lambda_j < 0, j = 1, 2, 3, 4$. Используя известное соотношение $d = \lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4$, (теорема Виета), можно показать, что $S \leq d^{1/4}$, причем равенство достигается в случае когда все корни одинаковы и определяются выражением $\lambda_j = -d^{1/4}$. В этом случае коэффициенты a, b, c, d связаны соотношениями

$$(1+m)c + mb = 4d^{1/4}, \\ (1+m)d + ma + 1 = 6d^{1/2}, \quad c = 4d^{3/4}. \quad (5)$$

Из этих соотношений параметры a, b, c однозначно выражаются через d :

$$\begin{aligned} a &= (6d^{1/2} - d(1 + m) - 1)/m, \\ b &= (4d^{1/4} - 4(1 + m)d^{3/4})/m, \quad c = 4d^{3/4}. \end{aligned} \quad (6)$$

В этом случае задача определения управления сводится к выбору параметра d . Этот параметр следует выбирать из условия "компромисса" между временем затухания колебаний $\tau \approx d^{-1/4}$ и амплитудой колебаний массы гасителя.

На рис. 2 представлены проекции фазовых траекторий системы (1) с управлением вида (2) на плоскость $\xi\eta$. Эти траектории соответствуют начальным условиям

$$\xi(0) = 1, \quad \dot{\xi}(0) = 0, \quad \eta(0) = 0, \quad \dot{\eta}(0) = 0 \quad (7)$$

Параметр ξ (смещение полезной нагрузки), принятый равным единице, может быть интерпретирован как отношение смещения тела гасителя к амплитуде колебания балки.

Для всех кривых на рис. 2 $m = 0.1$. Видно, что траектории имеют два экстремума по переменной η . При конструировании контроллера выгодно выбрать параметр d таким образом, чтобы величина смещения тела гасителя была одинаковой у этих экстремальных значений. Для данного значения m это примерно достигается для $d \approx 0.6$. При меньших значениях m смещение η увеличивается.

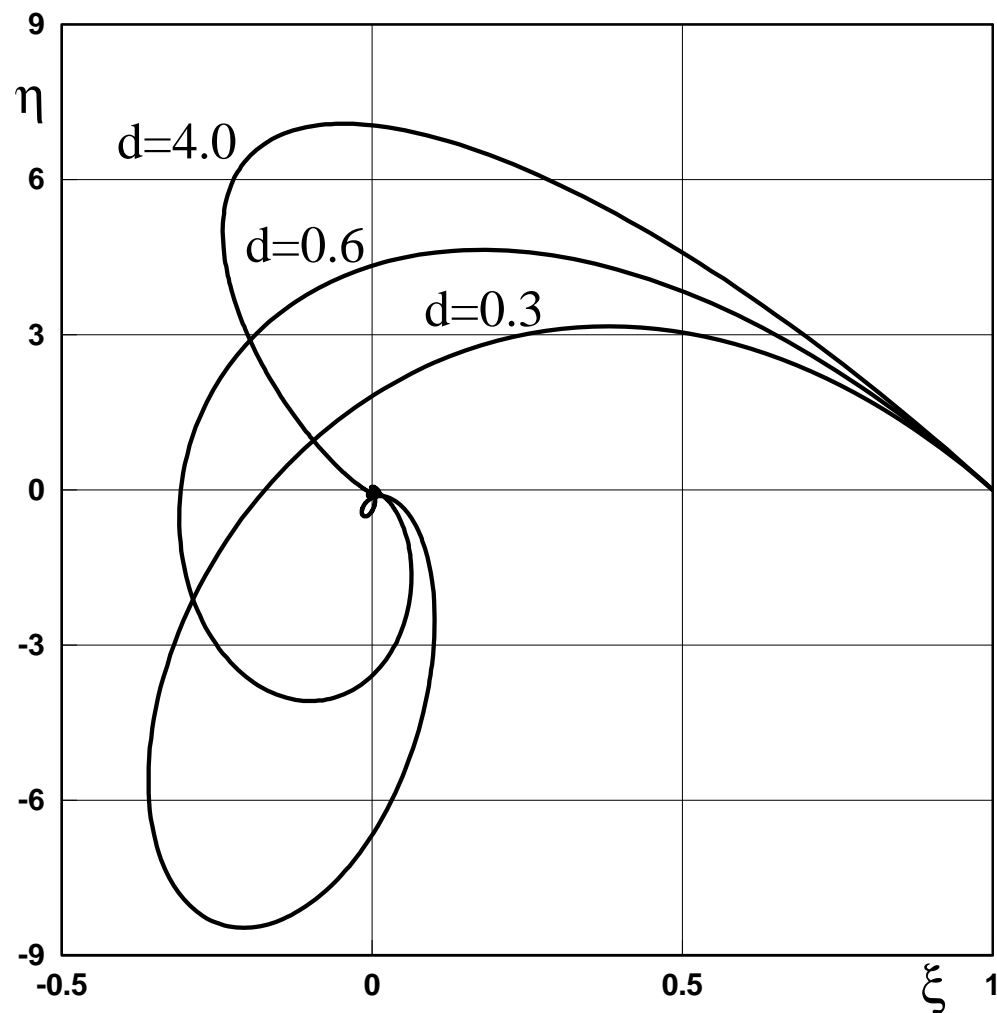


Рис. 2. Проекция фазовых траекторий с различными параметрами управления.

4 "Мягкое" гашение колебаний

Существенное смещение тела гасителя при выбранном ранее способе управления объясняется слишком сильной обратной связью для скорости и смещения полезной нагрузки при малых m . Коэффициенты a и b в (6) имеют порядок $1/m$. Ослабим эту связь полагая $a = b = 1/\sqrt{m}$ и назначая параметры c и d таким образом, чтобы обеспечить нулевое решение системы (1) с управлением (2) асимптотически стабильным. Такое управление назовем "мягкое" гашение колебаний.

Можно показать, что для малых m , асимптотическая стабильность при таком подходе достигается для $d < 1$. В этом случае выражение для определения степени устойчивости имеет вид

$$S = \frac{1}{2c^2 + (1-d)^2} \sqrt{m} + O(m). \quad (8)$$

Для предыдущего способа управления время переходного процесса имело порядок $\tau \sim d^{-1/4}$ для любого m . Теперь, предполагая коэффициенты c и d одного порядка малости, время переходного процесса можно оценить как $1/\sqrt{m}$. Таким образом, при мягком гашении, время переходного процесса увеличивается, но появляется возможность уменьшить максимальное отклонение тела гасителя.

На рис. 3 изображены фазовые траектории при $m = 0.1$, $a = b \approx 3.16$, $c = 1.5$ и $d = 0.75$. В этом случае $\max_t |\eta| \approx 2.8$.

Для предыдущего способа управления $\min_d \max_t |\eta| \approx 4.6$ (при $d = 0.6$).

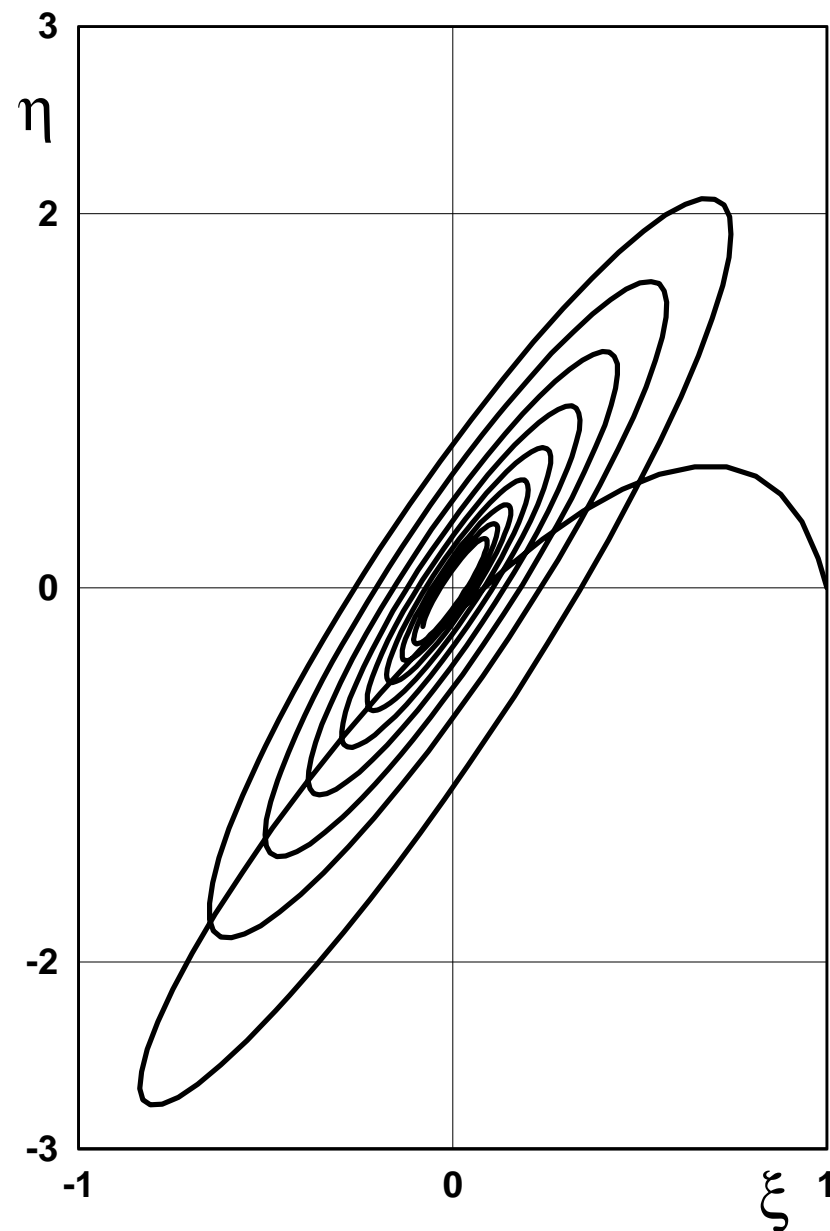


Рис. 3.

Сравним характерные времена переходных процессов в обоих случаях: при максимизации степени устойчивости $\tau_1 = d^{1/4}$, для мягкого гашения колебаний $\tau_2 = 2[c^2 + (1 - d)^2]/[\sqrt{m}(1 - d)]$. При выбранных ранее параметрах получим $\tau_2/\tau_1 \approx 51$ для $m = 0.1$ и $\tau_2/\tau_1 \approx 163$ для $m = 0.01$. Таким образом уменьшение отклонения тела гасителя при мягком гашении сопровождается существенным увеличением времени переходного процесса.

Оптимизируя сразу два требования — отклонение тела гасителя и время гашения колебаний — можно применить комбинированное управление.

5 Комбинированное управление

Попеременное использование предложенных режимов управления может привести к уменьшению как времени всего переходного процесса по сравнению с "мягким" гашением колебаний, так и максимального отклонения тела гасителя по сравнению с управлением, максимизирующим степень устойчивости.

Предлагаемый режим имеет одно переключение с одного управления на другое. Предлагается начать с режима мягкого гашения и затем переключиться на режим максимизации степени устойчивости. Время переключения выбирается таким образом, чтобы максимальное отклонение тела гасителя после переключения не увеличилось. Такой подход обеспечивает гашение колебаний за приемлемое время при умеренных отклонениях массы гасителя.

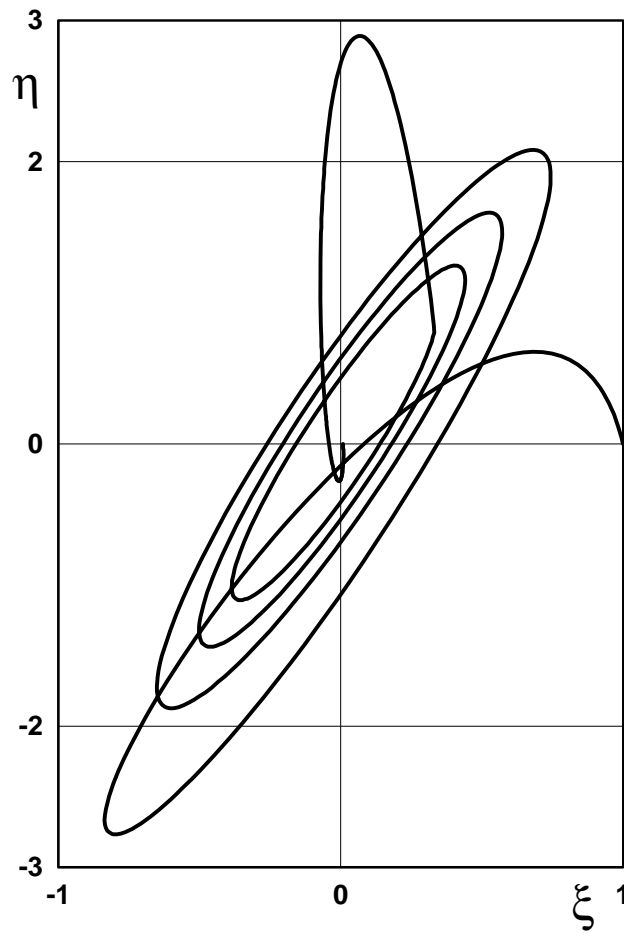


Рис. 4. Проекция фазовых траекторий при комбинированном управлении.

В этом случае, как показано на рис. 4, максимальное отклонение тела гасителя $|\eta|$ после переключения примерно равно максимальному отклонению до переключения.

6 Заключение

Подход, описанный в данной статье, можно применить в условиях неопределенности, что позволит парировать случайные возмущения и неточности измерения параметров системы. Он также позволяет оценить возможность демпфирования упругих колебаний крупногабаритных несущих конструкций балочного или ферменного типа при помощи активного виброгасителя с поступательно перемещающейся массой. Установлено, что при управлении с линейной обратной связью по отклонениям и скоростям конструкции и массы гасителя можно значительно улучшить качество переходного процесса за счет переключения коэффициентов обратной связи. Это обеспечивает гашение колебаний за приемлемое время при умеренных отклонениях массы гасителя.